

Aufgabenblatt 6

Logik und modelltheoretische Semantik

Universität München, CIS, SS 2011

Hans Leiß

Abgabetermin: Di, 5.7.2011, in der Tafelübungsstunde

Aufgabe 6.1 Ein Quantor Q vom Typ $\langle 1, 1 \rangle$ heiße *definit*, wenn für jedes Universum U und jeden Bereich $A \subseteq U$ gilt: entweder ist

$$Q^A := \{ B \mid B \subseteq U, Q(A, B) \}$$

die leere Menge, oder es gibt eine Menge $\emptyset \neq D \subseteq U$ mit $Q^A = \{ B \mid D \subseteq B \subseteq U \}$.

Welche der folgenden Quantoren bzw. Determinatoren sind in diesem Sinne definit?

- *das* im Sinne von $das(A, B) : \iff 1 = |A| \wedge A \subseteq B$
- *ein* im Sinne von $ein(A, B) : \iff 1 \leq |A \cap B|$
- *jedes* im Sinne von $jedes(A, B) : \iff A \subseteq B$,
- *jedes* im Sinne von $jedes(A, B) : \iff A \neq \emptyset \wedge A \subseteq B$,
- *die meisten* im Sinne von $die\ meisten(A, B) : \iff |A \cap B| > |A \cap \bar{B}|$,
- *ein Drittel aller*, wobei $ein\ Drittel\ aller(A, B) : \iff |A| \leq 3|A \cap B|$, für endliche U ?

Der Quantor Q^A vom Typ $\langle 1 \rangle$ ist die Bedeutung der „Nominalphrase“ *das A*, *ein A*, usw. Würden Sie die entsprechende Nominalphrase in denselben Fällen „definit“ nennen, d.h. „paßt die Definition zu den intuitiven Bezeichnungen?

Aufgabe 6.2 In welchem Argument sind die folgenden Quantoren vom Typ $\langle 1, 1, 1 \rangle$ monoton?

- mehr A als B sind P*,
- höchstens so viele A wie B sind keine P*

Geben Sie eine Begründung an, oder ein Gegenbeispiel. (Und berücksichtigen Sie bei monoton sowohl „aufsteigende“ wie fallende Monotonie, d.h. ob die Aussagen $Q(A, B, P)$ wahr bleiben, wenn man A bzw. B bzw. P vergrößert, bzw. wenn man sie verkleinert.