

Aufgabenblatt 5

Logik und modelltheoretische Semantik

Universität München, CIS, SS 2011

Hans Leiß

Abgabetermin: Di, 29.6.2011, in der Tafelübungsstunde

Aufgabe 5.1 Zeige, daß folgende Aussagen logisch äquivalent sind, d.h. bei jeder L -Struktur $\mathcal{A} = (A, R^{\mathcal{A}}, \dots, f^{\mathcal{A}}, \dots)$ und Belegung $g : Var \rightarrow A$ denselben Wert haben:

- (a) $(\forall x \varphi \wedge \psi)$ und $\forall x(\varphi \wedge \psi)$, sofern $x \notin frei(\psi)$.
- (b) $(\exists x \varphi \rightarrow \psi)$ und $\forall x(\varphi \rightarrow \psi)$, sofern $x \notin frei(\psi)$.

Können Sie Beispiele angeben, die zeigen, daß die Nebenbedingung $x \notin frei(\psi)$ nötig ist?

Aufgabe 5.2 Geben Sie für die folgende Formel φ eine äquivalente Formel φ^{PNF} in pränexer Normalform an (x, y , und z seien paarweise verschiedene Variable):

$$\varphi := \forall x \exists y P(x, y, z) \rightarrow \forall y \exists z R(x, y, z).$$

Dazu haben wir ein Verfahren in der Vorlesung besprochen, siehe Skriptum Satz 5.14. (Welche gebundenen Variablen muß man umbenennen, wenn man die Quantoren „vorzieht“, und warum?)

Können Sie eine pränexe Normalform mit dem Quantorenpräfix der Form $\exists \forall \forall \exists$ und eine mit einem Quantorenpräfix der Form $\forall \exists \exists \forall$ finden?

Aufgabe 5.3 Geben Sie zu den Formeln (mit paarweise verschiedenen Variablen x, y, z, u)

$$\forall x \exists y \forall z \exists u R(x, y, z, u) \quad \text{bzw.} \quad \exists x \forall y \forall z \exists u R(x, y, z, u)$$

jeweils eine Formel in Skolem'scher Normalform an, die genau dann erfüllbar ist, wenn die Ausgangsformel erfüllbar ist.

Aufgabe 5.4 Stellen Sie eine Liste der 5-10 wichtigsten Fragen zum Stoff des Kurses zusammen, die Sie haben. (Und suchen Sie vorher Definitionen auch im Skriptum!)

Sie müssen ja nicht alle Aufgabe lösen, aber Sie sollten wenigstens zwei Aufgaben ernsthaft versuchen. Es geht hier um Dinge, die im Magisterstudium im *zweiten* Semester gemacht wurden. Soviel Selbstvertrauen sollten Sie haben, daß Sie eine Musterlösung auch alleine durcharbeiten können. Wie sagte Immanuel Kant: Wage, Dich Deines eigenen Verstandes zu bedienen!