

Aufgabenblatt 2

Logik und modelltheoretische Semantik

Universität München, CIS, SS 2011

Hans Leiß

Abgabetermin: Di, 31.5.2011, in der Tafelübungsstunde

Aufgabe 2.1 Betrachte folgendes Argument:

Annahmen:

- (i) Wenn die Vorlesung zu einfach oder zu schwierig ist, lerne ich wenig.
- (ii) Ich lerne nicht wenig.

Behauptung:

- (iii) Die Vorlesung ist weder zu einfach noch zu schwierig.

Wir wollen die Behauptung aus den Annahmen erst informell und dann formal beweisen.

- (a) Drücken Sie die Annahmen und die Behauptung durch aussagenlogische Verbindungen der folgenden atomaren Aussagen aus:

p := die Vorlesung ist zu einfach
 q := die Vorlesung ist zu schwierig
 r := ich lerne wenig

- (b) Beweisen Sie die Behauptung aus den Annahmen nach den Rezepten von den Folien “Wie macht man einen Beweis?”
- (c) Schreiben Sie Annahmen und Behauptung als Sequenz $\Gamma \triangleright \Delta$ und beweisen Sie diese Sequenz mit den Regeln des Gentzen-Kalküls.

Wenn Ihnen der informelle Beweis nach den Beweisrezepten nicht gelingt, probieren Sie den formalen Beweis im Gentzen-Kalkül. Sie können diesen formalen Beweis dann in einen informalen Beweis “übersetzen”, d.h. in eigenen Worten formulieren. (Er ist etwas anders als der nach den Rezepten. Dabei geht die Übersetzung grob nach dem Schema: “Um zu zeigen, dass die

Disjunktion der Aussagen aus Δ aus den Annahmen aus Γ folgt, genügt es, ... (die Übersetzung der Obersequenzen einer Regel mit $\Gamma \triangleright \Delta$ als Untersequenz) zu zeigen.”)

Aufgabe 2.2 Sei (W, R) der Modellrahmen mit $W = \{w_1, \dots, w_4\}$ und

$$R = \{(w_1, w_2), (w_2, w_3), (w_4, w_3), (w_4, w_4)\},$$

und $h : Var \rightarrow \mathbb{B}$ eine Belegung mit

$$h(w_i, p) = \begin{cases} 1, & \text{falls } i \text{ gerade ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) In welchen der w_i ist welche der folgenden Formeln bei dieser Belegung wahr?

$$\Box p, \quad \Box \neg p, \quad p \rightarrow \Box p, \quad \Box p \rightarrow \neg p, \quad \Diamond \Box p, \quad \Box \Diamond \neg p.$$

(b) Was sind die entsprechenden Antworten, wenn man statt des Modells (W, R, h) das Modell (W, R^+, h) nimmt, wo R^+ die transitive Hülle von R ist?