Die Kategorien des Aristoteles

Aristoteles unterscheidet nicht zwischen Semantik und Ontologie. Er unterteilt das, „was ist", nach den Ausdrücken, mit denen davon gesprochen wird.

Die Klassen des „Seienden" hängen daher mit Klassen oder *Typen* von Ausdrucksweisen zusammen.

In heutiger Sprechweise: zu jedem *Typ* τ gibt es

(i) *Ausdrücke* α *vom Typ* τ, kurz $\alpha : \tau$,

(ii) *Objekte* a *vom Typ* τ, kurz $a \in D_\tau$, wobei D_τ der Bereich aller Objekte vom Typ τ ist.

Die *Bedeutung* $[\![\alpha]\!]$ eines Ausdrucks α vom Typ τ ist ein Objekt vom Typ τ:

$$\alpha : \tau \implies [\![\alpha]\!] \in D_\tau \tag{1}$$

Metasprachliche Unterscheidungen

Auf der sprachlichen Seite unterscheidet Aristoteles (Kap.5, 2a20) zwischen

(i) τον ὄνονμα κατηγορεῖν[1] „den Namen von etwas aussagen": etwas *nennen*

(ii) τον λόγον κατηγορεῖν[2] „den Begriff von etwas aussagen": etwas *erklären*, *als etwas beurteilen*

Daraus folgt die Unterscheidung (Kap.1)

(i) *Homonymie*: $a \simeq_{hom} b \;:\Longleftrightarrow\;$ a und b haben gleiche Bezeichnungen mit verschiedenen Erklärungen

Beispiel: Bild und Mensch werden ζῶον genannt

(ii) *Synonymie*: $a \simeq_{syn} b :\Longleftrightarrow$ a und b haben gleiche Bezeichnungen mit gleichen Erklärungen

Beispiel: Tier und Mensch werden ζῶον genannt

(iii) *Paronymie*: $a \simeq_{par} b :\Longleftrightarrow$ a und b haben von einander abgeleitete Bezeichnungen

Beispiel: ἡ ἀνδρεία – ὁ ἀνδρειός: d.Mut – d.Mutige

[1] ton onoma kategorein

[2] ton logon kategorein

Grundlegende Aussageformen

Aristoteles unterscheidet (Kap.2) zwei Arten von Grundaussagen:

(i) τινὸς καθ᾽ ὑποκειμένου τινὸς λέγεται[3], „x wird über y ausgesagt", kurz: $x(y)$, „*y ist ein x*"

(ii) τινὸς ἐν ὑποκειμένου τινὸς ἐστίν[4], „x kommt an y vor", kurz: $x[y]$, „*y ist x*"

Das ὑποκείμενον, über das in (i) etwas gesagt wird und an dem in (ii) etwas vorkommt, ist „das zu Grunde liegende", das *Subjekt*, der *Satz„gegenstand"*

Die Redeweise in (ii), daß etwas ἐν τινὸς ἐστίν, „y ist (in/an) x", erklärt Aristoteles so: y ist nicht Teil von x, kann aber nicht „ohne" x sein, ist also abhängig von x.

(Bei Peirce werden daraus die *Relative*: Begriffe wie *Liebhaber*, die nicht monadisch sind, sondern von Beziehungen abgeleitet sind.)

[3]tinos kat hypokeimenu tinos legetai
[4]tinos en hypokeimenu tinos estin

Einteilung des „Seienden“

Aus diesen *Aussageformen* ergeben sich vier Arten von *Seiendem*:

(i) Allgemeinbegriffe A: das, was von etwas ausgesagt wird, aber an nichts vorkommt. Falls $x : A$ (und y ein Seiendes), so ist $x(y)$ eine Aussage, aber $x[y]$ ist keine Aussage.

Beisp.: ἄνθρωπος(Σωκράτης) = S. ist ein Mensch

(ii) Eigenschaften oder Qualitäten E: das, was an etwas vorkommt, aber von nichts ausgesagt wird. Falls $x : E$, so ist $x[y]$ eine Aussage, aber $x(y)$ ist keine Aussage.

Beisp.: λευκός[ςῶμα] = der Körper ist weiß

(iii) Fähigkeiten F: das, was an etwas vorkommt und von etwas ausgesagt wird: Falls $x : F$, so sind $x[y]$ und $x(y)$ Aussagen.

Beisp.: ἐπιστήμη[ψυχῆ], ἐπιστήμη(γραμματικῆ)

(iv) Objekte I: das, was nicht an etwas vorkommt und auch nicht von etwas ausgesagt wird. Falls $x : I$, so sind weder $x[y]$ noch $x(y)$ Aussagen.

Beisp.: τὶς ἵππος = dieses Pferd

Anders dargestellt:

	$x[\cdot] : \overline{prop}$	$x[\cdot] : prop$
$x(\cdot) : prop$	allgem. Substanz Mensch $x : A$	allgem. Qualität Farbe $x : F$
$x(\cdot) : \overline{prop}$	individ. Substanz Sokrates $x : I$	individ. Qualität Weiß $x : E$

Beispiel:

$x(\cdot)$ $x[\cdot]$	Skr. *ist ein* Mensch. —	Weiß *ist eine* Farbe. Milch *hat eine* Farbe.
$x(\cdot)$ $x[\cdot]$	— —	— Milch *ist* weiß.

Objekte I sind unteilbar, also *Individuen, Atome*, und der Zahl nach eines, d.h. Singularia.

Allgemeinbegriffe sind teilbar, also Gesamtheiten (Mengen) und der Zahl nach mehreres, also Pluralia .

Eigenschaften der „ist-ein“-Prädikation $x(y)$

(i) Sie ist transitiv: (Kap 3:1b10, 5:2a34, *dictum de omni*)

$$x(y) \wedge y(z) \Rightarrow x(z)$$

In Begriffsumfängen ausgedrückt ($x(z)$ ambig!):

$$\begin{array}{lcl} X \supseteq Y \wedge Y \supseteq Z & \Rightarrow & X \supseteq Z \\ X \supseteq Y \wedge Y \ni z & \Rightarrow & X \ni z \end{array}$$

Beisp.: $\mathit{Lebewesen}(\mathit{Mensch}) \wedge \mathit{Mensch}(\mathit{Sokrates})$
$\Rightarrow \mathit{Lebewesen}(\mathit{Sokrates})$.

(ii) In $x(y)$ wird x stets sowohl als Benennung wie zur Erklärung verwendet: (Kap 5, 2a20)

- *dieses Haus*: Der Allgemeinbegriff[5] dient zur Bezeichung des (namenlosen) Objekts
- *dies ist ein Haus*: Der Allgemeinbegriff dient zur Erklärung auf die Frage *Was ist dieses?*

Modellierung der Bedeutung durch Begriffsumfänge:

$$[\![x(y)]\!] = \begin{cases} 1, & \text{falls } [\![x]\!] \supseteq [\![y]\!] \text{ bzw. } [\![x]\!] \ni [\![y]\!], \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

[5] „nomen communis“!

Eigenschaften der „ist|hat"-Prädikation $x[y]$

(i) In $x[y]$ wird x normalerweise weder zur Benennung noch zur Erklärung benutzt: (Kap 5, 2a27)

- *der Körper ist krank*: Die Benennung ist *dieser Körper*, nicht *dieses Kranke*
- *dieser Körper ist weiß | hat eine Farbe*: Das ist keine Erklärung im Sinne von *Was ist das? – ein Weiß(es), eine Farbe.*

  Bei $x[y]$ fällt y nicht unter die *Definition (λόγος)* von x.

(ii) Bei $x[y]$ wird manchmal x auch zur Benennung benutzt: (Kap 5, 2a31)

- *der Körper ist weiß*: Die Benennung *dieses Weiße* ist möglich

Frage: Ist das adjektivische Attribut nicht auch Teil einer Benennung? *der weiße Körper*

Modellierung der Bedeutung durch (implizite, von x abhängende) Qualitätsmaße μ:

$$[\![x[y]]\!] = \begin{cases} 1, & \text{falls } \mu([\![y]\!]) = [\![x]\!] \text{ bzw. } \mu([\![y]\!]) \in [\![x]\!], \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Hierarchie der Allgemeinbegriffe

Allgemeinbegriffe sind partiell geordnet, $x \geq x'$, nach ihrem Umfang $[\![x]\!]$ durch Inklusion $\supseteq$, z.B.

$$[\![\mathit{Lebewesen}]\!] \supseteq [\![\mathit{Tier}]\!] \supseteq [\![\mathit{Mensch}]\!].$$

Anordung: *Gattung* (γένος) $\geq$ *Art* (εἴδος).

Unterschied

Eine Gattung x kann durch (gattungsspezifische) *Unterschiede* x_i zerlegt werden. (Kap. 3)

Beisp.: die geflügelten, die im Wasser lebenden, die zweifüßigen Lebewesen.

Mit den Unterschieden x_i lassen sich Aussagen $x_i(y)$ bilden, aber nicht Aussagen der Form $x_i[y]$.

Nur wenn $x(y)$ und x_i eine für die Gattung x spezifische Unterscheidung ist, hat $x_i(y)$ einen Sinn.

Die 10 Kategorien von Ausdrücken

Es geht um Ausdrücke, die (Kap. 2:1a15, 4:2a5).

(i) außerhalb einer Verbindung zu einem Satz eine Bedeutung haben (die kein Wahrheitswert ist),

(ii) deren Verbindung erst zu *Aussagen* führt (deren Bedeutung ein Wahrheitswert ist).

Nr.	Name		gramm. Begriff
1.	οὐσία	seiendes Wesen	(Allgemein-) Name
2.	ποσὸν	wieviel	Maßausdruck
3.	ποιὸν	wie beschaffen	Adjektiv
4.	πρός τι	im Verhältnis zu	Vergleichsausdrücke
5.	ποὺ	wo	Ortsadverbiale
6.	ποτὲ	wann	Zeitadverbiale
7.	κεῖσθαι	befinden	Zustandsverben
8.	ἔχειν	haben	(Verben (medium) ?)
9.	ποιεῖν	tun	Verben (aktiv)
10.	πάσχειν	leiden	Verben (passiv)

Die οὐσία können auch Individuen sein und entsprechen den *Subjekten* von Aussagen.

Kategorische Aussagen

Die Aussageformen, die Aristoteles in seinen logischen Schriften analysiert, sind wie y *ist ein* x, $x(y)$, gebildet: nach dem Schema

Subjekt Kopula Prädikat

S kop P	Bedeutung	Mengenaussage
$A\,a\,B$	alle A sind B	$A \subseteq B$
$A\,e\,B$	alle A sind keine B	$A \subseteq \overline{B}$
$A\,i\,B$	einige A sind B	$A \cap B \neq \emptyset$
$A\,o\,B$	einige A sind keine B	$A \cap \overline{B} \neq \emptyset$

Man betrachtet $(A\,a\,B)$ und $(A\,i\,B)$ als *affirmative* Grundformen und die beiden anderen als *negative* Aussagen; sie sind die Negationen der affirmativen:

$$\begin{aligned}(A\,o\,B) \quad &\Longleftrightarrow \quad \neg(A\,a\,B)\\ (A\ e\,B) \quad &\Longleftrightarrow \quad \neg(A\,i\,B)\end{aligned}$$

Die Aussagen $(A\,a\,B)$ und $(A\,e\,B)$ heißen *universell*, $(A\,i\,B)$ und $(A\,o\,B)$ *partikulär* im Subjekt.

Modellierung erststufiger Objekte

Erststufige Objekte haben

(i) eine Art oder *Typ* τ, der zeitunabhängig ist,

(ii) eine Identität, die von der Zeit unabhängig ist,

(iii) einige typspezifische *Qualitäten* Q, deren Wert mit der Zeit variieren kann.

Sei T die Zeit, wie immer sie eingeteilt werde. Jede Qualität von τ-Objekten ist eine Funktion

$$Q : \tau \to (T \to |Q|),$$

die einem Objekt $a : \tau$ und einer Zeiteinheit $t : T$ einen *Wert* $Q^a(t) := Q(a)(t)$ aus einer Menge $|Q|$ von Qualitätswerten zuordnet.

Daher: erststufige Objekte sind *Felder*

$$a = \{typ = \tau, id = n, Q_i = \lambda t : T.Q_i^a(t)\}_{i \in I}$$

mit Komponenten $a.typ$, $a.id$, $a.Q_i$.

Auswertung von Aussagen über erststufige Objekte

Wir interpretieren die Grundaussagen wie folgt:

(i) $x(y)$, falls x ein Typ τ und y ein Individuum ist, d.h. „*y ist ein τ*“, ab jetzt $y : \tau$.

$$[\![a : \tau]\!] = \begin{cases} 1, & \text{falls } a.typ \leq \tau, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

wobei $\leq$ die partiellen Ordnung $\leq$ der zweitstufigen Objekte ist.

Diese Aussagen sind zeitunabhängig.

(ii) $x[y]$, falls x ein Qualitätswert und y ein Individuum ist, d.h. *y hat den Qualitätswert x*:

$$[\![v[a]]\!]_t = \begin{cases} 1, & \text{falls } a.Q(t) = v, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Dazu wird vorausgesetzt[6], daß es genau eine für $a.typ$ spezifische Qualität Q mit $v \in |Q|$ gibt.

Diese Aussagen sind zeitabhängig.

[6]oder durch Q als *Typ* $v : Q$ von v garantiert.

Modellierung zweitstufiger Objekte

Zweitstufige Objekte:

(i) *Gattungen* σ, die bezüglich $\leq$ maximalen Objekte, die wir mit ihren spezifischen Unterscheidungen $U_i : \sigma \to \mathbf{t}$ identifizieren:

$$\sigma = \langle U_j^\sigma \rangle_{j \in J}.$$

Jede Gattung hat eine[7] *Definition* $\lambda y.\phi$, oder ist ein undefinierter Grundbegriff.

Jeder Gattung ist ein *Bereich* $D_\sigma =: [\![\sigma]\!]$ von erststufigen Objekten zugeordnet.

(ii) *Arten* $\tau < \sigma$, die aus der Gattung σ durch Unterscheidungen U_i hervorgehen, und die weitere artspezifische Unterschiede V_k haben:

$$\tau = \langle \sigma, U_i, \overline{U}_j, V_k \rangle_{i \in J^+, j \in J^-, k \in K},$$

mit $J^+ \dot{\cup} J^- \subseteq J$. Der *Bereich* der Art τ ist

$$D_\tau = \{a \in D_\sigma \mid \bigwedge_{i \in J^+, j \in J^-} U_i(a) = \overline{U}_j(a) = 1\}$$

[7]notfalls $\phi(y) := \bigwedge_{l \in J}(U_j(y) \vee \overline{U_j}(y))$ oder $\phi(y) := \sigma(y)$.

Auswertung von Aussagen über zweitstufige Objekte

Nach Konstruktion ist für $\tau < \sigma$ auch $D_\tau \subseteq D_\sigma$.

Wir interpretieren die Grundaussagen wie folgt:

(i) $x(y)$, falls x eine Art τ_1 der Gattung σ_1 und y eine Art τ_2 der Gattung σ_2 ist:

Wir schreiben $\tau_2 < \tau_1$ statt $\tau_1(\tau_2)$ und setzen

$$[\![\tau_2 \leq \tau_1]\!] = \begin{cases} 1, & \text{falls } \sigma_1 = \sigma_2 \text{ und} \\ & \text{jedes } U_i, \overline{U}_j, V_k \text{ von } \tau_1 \\ & \text{auch in } \tau_2 \text{ vorkommt,} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Daraus ergibt sich $[\![\tau_2 < \tau_1]\!]$ wie üblich.

Offenbar ist für $\tau_2 \leq \tau_1$ auch $D_{\tau_2} \subseteq D_{\tau_1}$.

(ii) $x(y)$, falls x eine maximale Gattung σ_1 und y eine Art τ_2 der Gattung σ_2 ist:

$$[\![\sigma_1(\tau_2)]\!] = \begin{cases} 1, & \text{falls } \sigma_2 = \sigma_1 \text{ und } \tau_2 < \sigma_2 \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Übungsaufgabe:

(i) Ist obiges $\leq$ eine partielle Ordnung / ein Baum?

(ii) Folgt aus $a : \tau$ tatsächlich $a \in D_\tau$?

(iii) Ist $D_{\tau_1} \cap D_{\tau_2} = \emptyset$ für $\leq$-unvergleichbare τ_1, τ_2?

Beispiel 1: *Sokrates ist ein Lebewesen* $= 1$, da

$$\begin{aligned} \mathit{Sokrates.typ} &= \mathit{Mensch}, \\ \mathit{Mensch} &\leq \mathit{Lebewesen}. \end{aligned}$$

für $\mathit{Mensch} := \langle \mathit{Lebewesen}, \mathit{vernunftbegabt}, \mathit{sterblich} \rangle$

Beispiel 2: *dieses Blatt ist weiß* $= 1$, da

$$\begin{aligned} \mathit{weiß.typ} &= \mathit{Farbe}, \\ (\mathit{dieses\ Blatt}).\mathit{Farbe} &= \mathit{weiß} \end{aligned}$$

für $\mathit{d.Blatt} := \langle \mathit{typ} = \mathit{Gegenstand}, \mathit{Farbe} = \lambda t : T.\mathit{weiß} \rangle$

Problem: Sollte nicht der Typ *Gegenstand* sagen, daß es eine $\mathit{Farbe} : T \times \mathit{Geg.stand} \to |Farbe|$ gibt?