Lösungen zum Aufgabenblatt 8
Syntax natürlicher Sprachen

Universität München, CIS, WS 2016/17

Hans Leiß

Abgabetermin: Mi, 18.1.2017

Aufgabe 8.1 Auf den Folien wird skizziert, wie man die Korrektheit der Axiome und Regeln des Lambek-Kalküls bei der Interpretation zeigt, die Kategorien C mit Hilfe von $\mathcal{M} = (\Sigma^*, \cdot, \epsilon)$ durch Wortmengen $C^{\mathcal{M}} \subseteq \Sigma^*$ und Sequenzen $C_1, \ldots, C_n \,\triangleright\, C$ durch Inklusionsbehauptungen $(C_1 \cdots C_n)^{\mathcal{M}} \subseteq C^{\mathcal{M}}$ interpretiert.

Es wird behauptet, daß bei dieser Interpretation z.B. die folgenden Gleichungen und Inklusionen gelten (einfachheitshalber wird $(\cdot)^{\mathcal{M}}$ weggelassen):

(a) $(A\backslash B)/C = A\backslash(B/C)$ (Argumentreihenfolge)

(b) $A \subseteq (B/A)\backslash B$, $A \subseteq B/(A\backslash B)$ (Anhebung)

(c) $A/(B \cdot C) = (A/C)/B$ (Currying)

(d) $(A/B) \cdot (B/C) \subseteq A/C$ (Funktions-Komposition)

(e) $A/B \subseteq (A/C)/(B/C)$, $A/B \subseteq (C/A)\backslash(C/B)$ (Geach-Regeln)

Aus der Korrektheit des Lambek-Kalküls folgt, daß diese Behauptungen stimmen, wenn man entsprechende Sequenzen im Lambek-Kalkül herleiten kann, z.B.

(a') $(A\backslash B)/C \,\triangleright\, A\backslash(B/C)$ und $A\backslash(B/C) \,\triangleright\, (A\backslash B)/C$

(b') $A \,\triangleright\, (B/A)\backslash B$,

(c') $A/(B \cdot C) \,\triangleright\, (A/C)/B$ und $(A/C)/B \,\triangleright\, A/(B \cdot C)$

(d') $(A/B) \cdot (B/C) \,\triangleright\, A/C$

Für die erste Sequenz in (a') finden Sie eine Herleitung auf den Folien. **Aufgabe**: zeigen Sie die zweite Sequenz aus (a') analog, und geben Sie an, welche Schlußregeln Sie dabei verwenden.

Hinweis: Konstruiere die Herleitung vom Ziel aus rückwärts, d.h. man wende eine Regel, deren untere Sequenz die zu beweisende ist, „rückwärts“ an und beweise anschließend die oberen Sequenzen. Die Kategorienlisten Γ, Θ, Δ der Regeln sind geeignet (oft: leer) zu wählen.

Lösung von Aufgabe 8.1 Die Teile (a) und (b) sind ähnlich wie die Beispiele auf den Folien.

(a)

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{A \triangleright A \qquad \dfrac{B \triangleright B \qquad C \triangleright C}{(B/C), C \triangleright B}}{A, A\backslash(B/C), C \triangleright B}}{A\backslash(B/C), C \triangleright A\backslash B}}{A\backslash(B/C) \triangleright (A\backslash B)/C}$$

(b)

$$\dfrac{\dfrac{B \triangleright B \qquad A \triangleright A}{B/A, A \triangleright B}(/\ L)}{A \triangleright (B/A)\backslash B}(\backslash\ R)$$

(c) Für die eine Inklusion:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{B \triangleright B \qquad C \triangleright C}{B, C \triangleright (B \cdot C)}(\cdot\ R) \qquad A \triangleright A}{A/(B \cdot C), B, C \triangleright A}(/\ L)}{A/(B \cdot C), B \triangleright (A/C)}(/\ R)}{A/(B \cdot C) \triangleright (A/C)/B}(/\ R)$$

und für die umgekehrte Inklusion:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{A \triangleright A \qquad C \triangleright C}{A/C, C \triangleright A}(/\ L) \qquad B \triangleright B}{(A/C)/B, B, C \triangleright A}(/\ L)}{(A/C)/B, (B \cdot C) \triangleright A}(\cdot\ L)}{(A/C)/B \triangleright A/(B \cdot C)}(/\ R)$$

(d)

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{A \triangleright A \qquad B \triangleright B}{A/B, B \triangleright A}(/\ L) \qquad C \triangleright C}{A/B, B/C, C \triangleright A}(/\ L)}{A/B, B/C \triangleright A/C}(/\ R)}{(A/B) \cdot (B/C) \triangleright A/C}(\cdot\ L)$$

Aufgabe 8.2 Auf den Vorlesungsfolien wird angedeutet, daß man in einer Lambek-Grammatik G mit den Kategorisierungen (eine andere Schreibweise für $T : \Sigma \to \mathcal{P}_{fin}(Cat)$)

der, ein : NP/N,	*Buch, Student* : N,
der : $(N\backslash N)/(S/NP)$	*liest* : $(NP\backslash S)/NP$

zeigen kann: *der Student, der ein Buch liest : NP*, das heißt, daß

$$\textit{der Student, der ein Buch liest} \in NP^G.$$

Nach der Definition von NP^G muß man dazu zeigen, daß aus der Folge geigneter Typen der Wörter der Typ der Wortfolge beweisbar ist, d.h. hier (bei passender Wahl des Typs der beiden *der*) daß die Sequenz

$$NP/N,\ N,\ (N\backslash N)/(S/NP),\ NP/N,\ N,\ (NP\backslash S)/NP\ \triangleright\ NP$$

beweisbar ist. Geben Sie einen Beweis dieser Sequenz mit den Regeln des Lambek-Kalküls an!

Tip: Man benutze die Schnittregel und führe es mit $(NP\backslash S)/NP\ \triangleright\ NP\backslash(S/NP)$, einem Spezialfall von Aufgabe 8.1 (a') (gezeigt auf den Vorlesungsfolien), auf

$$NP/N,\ N,\ (N\backslash N)/(S/NP),\ NP/N,\ N,\ NP\backslash(S/NP)\ \triangleright\ NP$$

zurück. Das heißt, wir wollen das transitive Verb im Relativsatz wie in *liest* : $NP\backslash(S/NP)$ verwenden: es soll mit einer Nominalphrase *links* von ihm (nämlich *ein Buch*) verbunden werden. Dagegen drückt sein Lexikoneintrag *liest* : $(NP\backslash S)/NP$ aus, daß es mit einer *rechts* von ihm stehenden Nominalphrase verbunden werden soll (was für Aussagesätze gedacht ist).

Lösung von Aufgabe 8.2 Wir zeigen zuerst die (zur Verdeutlichung hier um die Wörter und Wortfolgen angereicherte) Sequenz,

$$\begin{aligned}&\textit{der} : NP/N,\ \textit{Student} : N,\ \textit{der} : (N\backslash N)/(S/NP),\ \textit{ein} : NP/N,\ \textit{Buch} : N,\ \textit{liest} : NP\backslash(S/NP)\\ &\quad\triangleright\ \textit{der Student der ein Buch liest} : NP\end{aligned}$$

auf die man die Behauptung zurückführen sollte. Der Witz hierin ist, daß das transitive Verb *liest* : $NP\backslash(S/NP)$ im Unterschied zu seinem Lexikoneintrag zuerst mit einer Nominalphrase *links* von ihm (nämlich *ein Buch*) verbunden werden kann.

Die Herleitung sieht so aus:

$$\dfrac{N \triangleright N \qquad \dfrac{NP \triangleright NP \qquad \dfrac{S/NP \triangleright S/NP \qquad \dfrac{N \triangleright N \qquad \dfrac{N \triangleright N \quad NP \triangleright NP}{NP/N,\ N \triangleright NP}(/\,L)}{NP/N,\ N,\ (N\backslash N) \triangleright NP}(\backslash\,L)}{NP/N,\ N,\ (N\backslash N)/(S/NP),\ (S/NP) \triangleright NP}(/\,L)}{NP/N,\ N,\ (N\backslash N)/(S/NP),\ NP,\ NP\backslash(S/NP) \triangleright NP}(\backslash\,L)}{NP/N,\ N,\ (N\backslash N)/(S/NP),\ NP/N,\ N,\ NP\backslash(S/NP) \triangleright NP}(/\,L)$$

Nur muß man mit der Schnittregel die ursprüngliche Behauptung (mit dem Lexikoneintrag für *liest* hierauf zurückführen.

$$\dfrac{(NP\backslash S)/NP\ \triangleright\ NP\backslash(S/NP) \qquad NP/N,\ N,\ (N\backslash N)/(S/NP),\ NP/N,\ N,\ NP\backslash(S/NP)\ \triangleright\ NP}{NP/N,\ N,\ (N\backslash N)/(S/NP),\ NP/N,\ N,\ (NP\backslash S)/NP\ \triangleright\ NP}\,(\textit{Schnitt})$$