Übungsaufgaben zur Vorlesung Syntax
SS 2007

H.Leiß, CIS, Universität München

Lösung zu Aufgabe 5.4 Man soll zeigen, daß man

$$\frac{\Gamma \rhd \sigma \sqsubseteq \tau}{\Gamma \rhd \sigma\ \mathit{list} \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}} \quad (\mathit{list})$$

aus den Definitionen bekommt, d.h. daß man die Subtypbeziehung $\sigma\ \mathit{list} \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}$ mit Hilfe der Annahmen Γ zeigen kann, *wenn* man mit denselben Annahmen Γ schon die Beziehung $\sigma \sqsubseteq \tau$ zeigen kann. (Das letztere ist insbesondere dann der Fall, wenn $\sigma \sqsubseteq \tau$ in Γ vorkommt.)

Da $\rho\,\mathit{list}$ eine Abkürzung für den rekursiv definierten Typ $\mu\alpha(\mathit{nil} + \{\mathit{first} : \rho, \mathit{rest} : \alpha\})$ war, kommt als letzter Herleitungsschritt nur eine Anwendung von $(\mu \sqsubseteq)$ oder $(\sqsubseteq \mu)$ in Frage. Man löse zuerst $\sigma\ \mathit{list}$ mit seiner Definition auf und benutze $(\mu \sqsubseteq)$:

$$\frac{\dfrac{?}{\Gamma \cup \{\alpha \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}\} \rhd (\mathit{nil} + \{\mathit{first} : \sigma, \mathit{rest} : \alpha\}) \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}}}{\Gamma \rhd \sigma\ \mathit{list} \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}} (\mu \sqsubseteq)$$

Im folgenden sei $\Gamma^+ := \Gamma \cup \{\alpha \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}\}$. Um zu zeigen, daß eine Summe ein Subtyp von $\tau\ \mathit{list}$ ist, muß man nach (sum) zeigen, daß jeder Summand ein Subtyp von $\tau\ \mathit{list}$ ist.[1] Daher erhält man

$$\frac{\dfrac{\dfrac{?}{\Gamma^+ \rhd \mathit{nil} \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}} \qquad \dfrac{?}{\Gamma^+ \rhd \{\mathit{first} : \sigma, \mathit{rest} : \alpha\} \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}}}{\Gamma^+ \rhd (\mathit{nil} + \{\mathit{first} : \sigma, \mathit{rest} : \alpha\}) \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}} (\mathit{sum})}{\Gamma \rhd \sigma\ \mathit{list} \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}} (\mu \sqsubseteq) \tag{1}$$

Jetzt muß man die Definition von $\tau\ \mathit{list}$ und die Regel $(\sqsubseteq \mu)$ benutzen. Das ergibt links

$$\frac{\dfrac{?}{\Gamma^+ \rhd \mathit{nil} \sqsubseteq (\mathit{nil} + \{\mathit{first} : \tau, \mathit{rest} : \tau\ \mathit{list}\})}}{\Gamma^+ \rhd \mathit{nil} \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}} (\sqsubseteq \mu)$$

und hier kann man *nil* mit dem linken Summanden vergleichen:

$$\frac{\dfrac{\overline{\Gamma^+ \rhd \mathit{nil} \sqsubseteq \mathit{nil}}\,(\mathit{refl})}{\Gamma^+ \rhd \mathit{nil} \sqsubseteq (\mathit{nil} + \{\mathit{first} : \tau, \mathit{rest} : \tau\ \mathit{list}\})} (\mathit{sum})}{\Gamma^+ \rhd \mathit{nil} \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}} (\sqsubseteq \mu)$$

Entsprechend muß man rechts in (1) die Definition von $\tau\ \mathit{list}$ und $(\sqsubseteq \mu)$ verwenden:

$$\frac{\dfrac{?}{\Gamma^+ \rhd \{\mathit{first} : \sigma, \mathit{rest} : \alpha\} \sqsubseteq \mathit{nil} + \{\mathit{first} : \tau, \mathit{rest} : \tau\ \mathit{list}\}}}{\Gamma^+ \rhd \{\mathit{first} : \sigma, \mathit{rest} : \alpha\} \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}} (\sqsubseteq \mu)$$

[1] Nach einer Konvention sollte ein Typ als eine Summe mit nur einem Summanden gelten, also $\tau\ \mathit{list} = \bigcup\{\tau\ \mathit{list}\}$.

Hier vergleicht man zuerst zum passenden (rechten) Summanden, und dann feldweise:

$$
\cfrac{\cfrac{\cfrac{\Gamma^+ \triangleright \sigma \sqsubseteq \tau \qquad \Gamma^+ \triangleright \alpha \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}}{\Gamma^+ \triangleright \{\mathit{first} : \sigma, \mathit{rest} : \alpha\} \sqsubseteq \{\mathit{first} : \tau, \mathit{rest} : \tau\ \mathit{list}\}}\ (\mathit{record})}{\Gamma^+ \triangleright \{\mathit{first} : \sigma, \mathit{rest} : \alpha\} \sqsubseteq \mathit{nil} + \{\mathit{first} : \tau, \mathit{rest} : \tau\ \mathit{list}\}}\ (\mathit{sum})}{\Gamma^+ \triangleright \{\mathit{first} : \sigma, \mathit{rest} : \alpha\} \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}}\ (\sqsubseteq \mu)
$$

Nach der Voraussetzung $\Gamma \triangleright \sigma \sqsubseteq \tau$ hat man die linke obere Beziehung wegen $\Gamma \subseteq \Gamma^+$, und die rechte hat man mit (*refl*), da $\alpha \sqsubseteq \tau\ \mathit{list}$ in Γ^+ ist.

Lösung zu Aufgabe 6.1 Die Aufgabe sollte die Aufmerksamkeit darauf lenken, daß Merkmalstrukturen *endliche* Graphen sind. Daher wird bei der „natürlichen“ Interpretation des Feldnamens *Eltern*, bei der die Eltern, Großeltern, usw. einer Person von dieser Person *verschiedenen* sein müssen, ein unendlicher Graph, also keine Merkmalstruktur.

Eine Merkmalstruktur erhält man nur, wenn man Zyklen (Kreise) erlaubt, z.B. wenn beide Elternkomponenten einer Person wieder auf die Person zeigen. Entsprechend für die Typen *mann* und *frau*, nur muß man dabei eine größere Struktur mit Zyklen erlauben, in der mindestens ein Mann und eine Frau vorkommen (wenn die als disjunkt interpretiert werden sollen).

Lösung zu Aufgabe 6.2 Das „Prinzip“

$$
\mathit{person} \longrightarrow \begin{bmatrix} \textsc{Nachname} & = \boxed{1}_{\mathit{string}} \\ \textsc{Kinder} & = \langle \big[\textsc{Nachname} = \boxed{1}\big]_{\mathit{person}}, \big[\textsc{Nachname} = \boxed{1}\big]_{\mathit{person}} \rangle \end{bmatrix}
$$

verlangt, daß eine Person zwei Kinder hat (die Personen sind) und alle Nachnamen übereinstimmen.

Um ein Prinzip zu formulieren, nach dem alle Kinder einer Person ihren Nachnamen tragen, egal wie viele es sind, muß man einen Subtyp von *person list* einführen, in der der Nachname fixiert ist. Das geht für einen bestimmten Nachnamen, etwa *meier*, der in HPSG als Subtype von *string* erlaubt ist, durch eine rekursive Typdefinition

$$
\mathit{person}_m = \left\{ \begin{array}{ll} \textsc{Vorname} & : \mathit{string} \\ \textsc{Geburt} & : \mathit{datum} \\ \textsc{Nachname} & : \mathit{meier} \\ \textsc{Kinder} & : \mathit{person}_m\ \mathit{list} \end{array} \right\}
$$

Mit $\mathit{meier} \sqsubseteq \mathit{string}$ kann man dann $\mathit{person}_m \sqsubseteq \mathit{person}$ und $\mathit{person}_m\ \mathit{list} \sqsubseteq \mathit{person}\ \mathit{list}$ zeigen.

Aber für einen *unbekannten* Nachnamen kann man ein solches Prinzip nicht formulieren, auch nicht als

$$
\mathit{person} \longrightarrow \begin{bmatrix} \textsc{Nachname} & = \boxed{1} \\ \textsc{Kinder} & = = \langle\rangle_{\mathit{person}_{\boxed{1}}\ \mathit{list}} \end{bmatrix},
$$

da die $\boxed{\mathrm{i}}$ keine Subtypen von *string* sind.