Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematische Grundlagen der Computerlinguistik II

Universität München, CIS, SS 2005

H.Leiß

Abgabetermin: Fr, 10.6.2005

Aufgabe 15 *Sei M eine unendliche Menge und $N \subseteq M$, $m \in M$. Welche der folgenden Teilmengen von 2^M ist ein Ideal der Boole'schen Algebra 2^M?* *(6 Punkte)*

(a) $L(N) := \{ A \subseteq M \mid A \cap N = \emptyset \}$.

(b) $O(N) := \{ A \subseteq M \mid N \subseteq A \}$.

(c) $T(N) := \{ A \subseteq M \mid A \subseteq N \}$.

(d) $T_m(N) := \{ A \subseteq M \mid m \notin A \}$

(e) $E(N) := \{ A \subseteq M \mid N \cap A \textit{ ist endlich} \}$.

(f) $U(N) := \{ A \subseteq M \mid N \cap A \textit{ ist unendlich} \}$.

Welche der obigen Mengen ist (für welche N) ein Primideal? *(3 Punkte)*

Aufgabe 16 *Konstruiere für die folgende Sequenz*

$$(B \leftrightarrow A) \rhd (\neg\neg B \leftrightarrow A), (A \wedge \neg B)$$

eine Herleitung im Gentzen-Kalkül. *(5 Punkte)*

Aufgabe 17 *Mit dem Gentzen-Kalkül kann man von jeder aussagenlogischen Formel φ in endliche vielen Schritten* feststellen, *ob sie aus Annahmen Γ folgt: man konstruiert aus der Sequenz $\Gamma \rhd \varphi$ („von unten nach oben“) eine Herleitung, bis man auf Obersequenzen kommt, die keine Untersequenzen von Regeln sind etwa*

$$\dfrac{\dfrac{\vdots}{\Gamma_1 \rhd \Delta_1} \qquad \dfrac{\vdots}{\Gamma_2 \rhd \Delta_2}}{\Gamma \rhd \varphi}$$

Dann prüft man, ob die obersten Sequenzen alle Axiome sind. Führe das mit der Sequenz

$$\neg(A \wedge \neg C), (A \rightarrow B) \rhd (\neg B \vee C)$$

aus. Folgt also $(\neg B \vee C)$ aus den Annahmen $\neg(A \wedge \neg C), (A \rightarrow B)$? *(4 Punkte)*