Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematische Grundlagen der Computerlinguistik I

Universität München, CIS, WS 2004/05

Abgabetermin: Do, 20.01.05

Aufgabe 20 *Sei $U(M)$ die Menge aller Überdeckungen der Menge $M \neq \emptyset$, d.h. aller $\mathcal{P} \subseteq 2^M \setminus \{\emptyset\}$ mit $M = \bigcup \mathcal{P}$. Definiere auf $U(M)$ eine Relation $\preceq$ durch*

$$\mathcal{P}_1 \preceq \mathcal{P}_2 :\iff \forall P \in \mathcal{P}_1 \exists Q \in \mathcal{P}_2\ P \subseteq Q.$$

Man sagt in diesem Fall: $\mathcal{P}_1$ ist feiner als $\mathcal{P}_2$ *(oder:* $\mathcal{P}_2$ ist grober als $\mathcal{P}_1$*).*

(a) *Beweise diejenige(n) der folgenden Eigenschaften, die gelten:* *(4 Punkte)*

  (i) *$\preceq$ ist eine Quasiordnung auf $U(M)$.*

  (ii) *$\preceq$ ist eine partielle Ordnung auf $U(M)$.*

  (iii) *$\preceq$ ist eine totale Ordnung auf $U(M)$.*

(b) *Gib für diejenigen der vorigen Eigenschaften, die nicht gelten, ein Gegenbeispiel an.* *(4 Punkte)*

Aufgabe 21 *Durch eine Überdeckung $\mathcal{P}$ von M wird eine Ähnlichkeit $\sim_{\mathcal{P}}$ auf M definiert, die darin besteht „eine der Eigenschaften aus $\mathcal{P}$ gemeinsam haben“: für $a, b \in M$:*

$$a \sim_{\mathcal{P}} b :\iff \exists P \in \mathcal{P}\ (a \in P \wedge b \in P)$$

(a) *Zeige: Ist $\mathcal{P}_1 \preceq \mathcal{P}_2$, so gilt $\forall a \forall b \in M\ (a \sim_{\mathcal{P}_1} b \Rightarrow a \sim_{\mathcal{P}_2} b)$.* *(2 Punkte)*

(b) *Gib ein Gegenbeispiel für die Umkehrung an, d.h. eine Menge M und Übedeckungen $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2$, wo zwar $\forall a \forall b \in M\ (a \sim_{\mathcal{P}_1} b \Rightarrow a \sim_{\mathcal{P}_2} b)$ gilt, aber nicht $\mathcal{P}_1 \preceq \mathcal{P}_2$.* *(3 Punkte)*

Aufgabe 22 *In der Umgangssprache kann man „ähnlich“ im Komparativ benutzen, d.h. Aussagen*

„a_1 und b_1 sind einander ähnlich<u>er</u> als a_2 und b_2 (einander ähnlich sind)“.

Mache einen Vorschlag für eine Definition der Relation „ähnlicher als“ $\subseteq (M \times M) \times (M \times M)$, wenn mit „ähnlich“ die von einer Überdeckung $\mathcal{P}$ von M kommende Ähnlichkeitsrelation $\sim_{\mathcal{P}} \subseteq M \times M$ gemeint ist.

Die Relation sollte reflexiv und transitiv sein. (Sollte sie auch antisymmetrisch sein?) Ergibt Deine Definition eine antisymmetrische Relation? *(4 Punkte)*

Bei Unklarheiten zur Aufgabenstellung fragen Sie bitte im nächsten Vorlesungstermin oder in meiner Sprechstunde (Di 10-11, Raum B 107, Oe67). H.Leiß