Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematische Grundlagen der Computerlinguistik I

Universität München, CIS, WS 2004/05

Abgabetermin: Do, 11.11.04

Durch einen Beweis einer Behauptung φ aus Annahmen $\psi_1, \psi_2, \ldots$ wollen wir uns davon überzeugen, daß φ in allen möglichen Situtationen der Fall ist, in denen die Annahmen ψ_1, ψ_2 usw. der Fall sind.

Zum Zeigen einer Behauptung dürfen Sie zusätzlich zu den Vorgehensweisen auf den Merkblättern noch so vorgehen:

- Um die Behauptung φ aus Annahmen zu zeigen, unter denen ψ und $\neg\psi$ vorkommen, brauchen wir nichts zu tun.

Denn es gibt ja keine Situation, in der alle Annahmen gelten, und nur für solche Situationen wird φ behauptet.

Aufgabe 4 *Zeige, daß für Mengen A, B gilt: $A \subseteq B$ genau dann, wenn $A \cup B = B$.* *(4 Punkte)*

a) Benutzen Sie die Definitionen bzw. Annahmen für Mengen und $=$, $\subseteq$:

$$x \in \{\, z \mid \varphi(z) \,\} \quad \leftrightarrow \quad \varphi(x) \tag{1}$$
$$A \subseteq B \quad \leftrightarrow \quad \forall z(z \in A \to z \in B) \tag{2}$$
$$A = B \quad \leftrightarrow \quad \forall z(z \in A \leftrightarrow z \in B) \tag{3}$$

und einfachheitshalber auch:

$$z \in A \cup B \quad \leftrightarrow \quad z \in A \vee z \in B \tag{4}$$

b) Können Sie (4) auf die Definition von $\cup$ und $\bigcup$ und den Umgang mit $\exists$ und $=$ zurückführen? (3 Punkte)

Aufgabe 5 *Zeigen Sie die Aussage (c) aus Aufgabe 1, „Jede Menge, deren Teilmengen alle leer sind, ist selbst leer“, d.h.*

$$\forall x(\forall y(y \subseteq x \to y = \emptyset) \to x = \emptyset),$$

mit den Vorgehensweisen zum Zeigen einer Behauptung aus den Merkblättern, soweit Sie damit kommen. (Wenn Sie irgendwo lieber anders argumentieren, dann machen Sie es.) *(3 Punkte)*

Bei Unklarheiten zur Aufgabenstellung fragen Sie bitte im nächsten Vorlesungstermin oder in meiner Sprechstunde (Di 10-11, Raum B 107, Oe67). H.Leiß