Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematische Grundlagen der Computerlinguistik I

Universität München, CIS, WS 2004/05

Abgabetermin: Do, 4.11.04

Aufgabe 1 *Wir haben Aussagen mit u.a. den folgenden Abkürzungen formuliert:*

$\wedge$: und	$\rightarrow$: wenn ..., dann ...	$\exists x$: für (mindestens) ein Objekt x
$\vee$: oder	$\leftrightarrow$: ... genau dann, wenn ...	$\forall x$: für jedes Objekt x
$\neg$: nicht	$=$: ist dasselbe wie	$\subseteq$: ist Teilmenge von

Was besagen die folgenden Aussagen (über Mengen $x, y, \ldots$) in normaler Umgangssprache?

(a) $\exists x\, \forall y\, (y \in x)$ *(1 Punkt)*

(b) $\exists x\, \exists y\, (x \neq y \wedge \forall z(z = x \vee z = y))$ *(mit $x \neq y$ für $\neg(x = y)$)* *(2 Punkte)*

(c) $\forall y(x \in y \rightarrow \exists z(z \neq x \wedge z \in y))$ *(2 Punkte)*

Und wie werden folgende umgangssprachlichen Aussagen in abgekürzter formaler Weise geschrieben?

(a) Alle Elemente der Menge x enthalten mindestens zwei Elemente. *(2 Punkte)*

(b) Es gibt eine Menge, deren Elemente alle mindestens ein Element enthalten. *(2 Punkte)*

(c) Jede Menge, deren Teilmengen alle leer sind, ist selbst leer. *(2 Punkte)*

Aufgabe 2 *Sei N die Menge $\{\{a, \{a, b\}\}, \{b, \{\{a\}, \{b\}\}, \{a\}, a\}, \{b\}\}$.*

(a) Welche Elemente hat die Menge $\bigcup N$? *(2 Punkte)*

(b) Welche Elemente hat die Menge $\bigcap N$? *(2 Punkte)*

Aufgabe 3 *Sei $M := \{a, \{a\}, b, \{a, b\}, \{a, \{b\}\}\}$ eine Menge, mit Urelementen a, b (d.h. die seien keine Mengen).*

(a) Welche Menge entsteht aus M durch Aussonderung mit der Eigenschaft $\varphi(x) := b \notin x$? D.h. Welche Elemente hat $\{\, x \mid x \in M \wedge b \notin x \,\}$? *(2 Punkte)*

(b) Welche Menge entsteht aus M, wenn man ihre Elemente (gleichzeitig) wie folgt ersetzt: $a \mapsto \{b\}$, $b \mapsto \{a, b\}$, $\{a, b\} \mapsto \{a\}$? *(2 Punkte)*

Aufgabe 4 *Zeige, daß für Mengen A, B gilt: $A \subseteq B$ genau dann, wenn $A \cup B = B$.* *(4 Punkte)*

Bei Unklarheiten zur Aufgabenstellung fragen Sie bitte im nächsten Vorlesungstermin oder in meiner Sprechstunde (Di 10-11, Raum B 107, Oe67). H.Leiß