9 Montague-Semantik

9.1 Übersetzung natürlicher Sprache in λ-Terme

Probleme bei der Übersetzung

Einige Schwierigkeiten bei der Übersetzung natürlichsprachlicher Ausdrücke in logische Formeln sind die folgenden:

(a) Lexikalische Mehrdeutigkeit: viele Wörter der natürlichen Sprache haben verschiedene Bedeutungen, von denen wir die im jeweiligen Kontext geeignete in einer Weise auswählen, die zum Teil unbewußt ist und heute technisch noch nicht vollständig nachvollzogen werden kann. In einer logischen Sprache sollten dafür verschiedene Konstanten verwendet werden.

Beispiel: *Soll man sein Geld auf der Bank liegen lassen?*

(b) Elliptische Konstruktionen: um die Wiederholung von Wörtern zu vermeiden, werden in der natürlichen Sprache viele Abkürzungsmechanismen verwendet, so daß die syntaktische Form der Ausdrücke stark von der logisch erwarteten Form abweicht.

Beispiel: *Emil spricht mit seinen Kollegen, aber Karl nicht. Sabine hat mehr Probleme gelöst als wir erwartet hatten.*

(c) Pronomina und andere Pro-Formen der natürlichen Sprache bedeuten bei verschiedenen Vorkommen meist etwas anderes und müssen relativ zum Kontext aufgelöst werden; in einer logischen Sprache sollten verschieden zu interpretierende Vorkommen z.B. durch verschiedene Variablen dargestellt werden und die Auflösung durch eine λ-Bindung der jeweiligen Variablen und Anwendung des λ-Terms auf den Bezugsausdruck dargestellt werden.

Beispiel: *(Sein$_i$ Freund)$_j$ hat ihm$_i$ (ein Buch)$_k$ geliehen, aber er$_i$ hat es$_k$ ihm$_j$ noch nicht zurückgegeben.*

(d) Koordinatiospartikel verbinden in der natürlichen Sprache nicht nur Sätze, sondern auch Ausdrücke ganz anderer Art: Nominal-, Verbal-, Adjektiv-, Adverbialphrasen, außerdem einzelne Wörter wie Nomen, Verben, usw. Diese Koordinierungen müssen(?) stets auf Koordinierungen von Formeln der logischen Sprache abgebildet werden.

Beispiel: *Ich unterhalte mich (weder mit Fritz noch mit Erna) (oft oder mit Begeisterung).*

(e) Quantoren treten in natürlichen Sprachen in Nominalphrasen auf und lassen (ohne Intonation oder semantische Analyse) ihren Wirkunksbereich nicht eindeutig erkennen; in logischen Sprachen steht ein Quantor vor der Formel, die ihr Wirkungsbereich ist.

Beispiel: *Gibt es in der Natur (einen Wirkstoff) gegen (jede Krankheit)?*

(f) Der Wirkungsbereich von Adverbien und anderen Partikeln hängt stark von der Intonation und Pausenstruktur ab, die in der Schriftsprache nicht wiedergegeben werden und nicht rekonstruiert werden können:

Beipiel: *Homer schrieb (nur zwei) Epen.* - *Homer schrieb (nur (zwei Epen)).* *Sie versprach (nicht (zu singen)).* – *Sie (versprach nicht) (zu singen)).*

Natürlich gibt es viele weitere Phänomene der natürlichen Sprache, die keine direkte Entsprechung in logischen Sprachen haben und ebenfalls für die Übersetzung Probleme bereiten, z.B. Plural, Infinitive, Verben mit Satzkomplementen, metasprachliche Ausdrucksweisen.

Prädikation als Funktionsanwendung

Nach der klassischen Auffassung wird in einer Aussage *etwas über/von etwas ausgesagt*. Aber was der Begriff der *Prädikation*, des „x von y aussagen“, bedeutet, ist keineswegs offensichtlich.

Beispiel 9.1 Was wird in der Aussage

An Samstagen arbeitet Emil nicht.

worüber ausgesagt?

(a) über eine Person *Emil*, daß sie *an Samstagen nicht arbeite*,

(b) über den *Samstag*, den letzten Tag der Woche, *daß Emil dann nie arbeite*,

(c) über die Tätigkeit des *Arbeitens*, daß *Emil sie an Samstagen nicht ausübe*,

(d) über die Aussage *An Samstagen arbeitet Emil*, das sie *nicht wahr sei*,

oder etwa gar über die Negation *nicht*, daß *An Samstagen arbeitet Emil* darauf zutreffe?

In der Prädikatenlogik versteht man eine atomare Aussage $R(s, t)$ so, daß das Prädikat R *über* oder *von* den Objekten s und t ausgesagt wird: Eigenschaften und Beziehungen werden von (Tupeln von) Objekten ausgesagt.

Dieser Begriff der Prädikation kann durch folgende Funktionsanwendung interpretiert werden: die Funktion $R : e \times e \to t$ wird auf das Paar $\langle s, t\rangle : e \times e$ von Objekten angewendet und liefert einen Wahrheitswert. Hierbei verstehen wir R als die Funktion $\lambda z^{e\times e\to t}.R(z)$ und $R(s, t)$ als das Ergebnis der Funktionsanwendung

$$(\lambda z.R(z))(\langle s, t\rangle) \to_\beta R(\langle s, t\rangle).$$

Wir können aber $R(s,t)$ auch als Aussage über R verstehen: dazu bilden wir aus $R(\langle s,t\rangle)$ durch *Abstraktion von R* die Funktion

$$\lambda X^{e\times e\to t}.X(\langle s,t\rangle)$$

und wenden diese auf R an:

$$(\lambda X^{e\times e\to t}.X(\langle s,t\rangle))(R) \to_\beta R(\langle s,t\rangle).$$

Die Sprache L_{Typ} der Typentheorie hat also gegenüber der Sprache der Prädikatenlogik erster Stufe den Vorteil, daß man die Formeln *als Ergebnisse* von Ausdrucksvereinfachungen behandeln kann. Jeden zusammengesetzten Ausdruck können wir auf unterschiedliche Weise in Funktion und Argument zerlegen und so als verschiedene Prädikationen auffassen. Wir werden unten sehen, wie uns das bei der Angabe von Übersetzungsregeln hilft.

9.2 Die syntaktischen Kategorien

In der sogenannten *Kategorialgrammatik* von K. Ajdukiewicz (193?), auf der die Montague-Grammatik aufbaut, werden Ausdrücke als Zeichenreihen verstanden und durch die zweistellige Verkettung aufgebaut. Die syntaktischen Kategorien für zusammengesetzte Ausdrücke, die keine abgeschlossenen Sätze sind, werden durch die Angabe der Kategorie beschrieben, die man ergänzen kann: der Kategoriename A/B steht für die Kategorie der Ausdrücke, die bei der Ergänzung um einen Ausdruck der Kategorie B einen Ausdruck der Kategorie A ergeben.

Ist Σ ein Alphabet und setzt man die Wortverkettung $\cdot : \Sigma^* \times \Sigma^* \to \Sigma^*$ durch

$$V \cdot W := \{\, v \cdot w \mid v \in V, w \in W \,\}$$

auf Wortmengen $V, W \subseteq \Sigma^*$ fort, so ist

$$A/B := \{\, v \in \Sigma^* \mid \forall b \in B\ v \cdot b \in A \,\}.$$

Dann gilt bei dieser Bezeichnungskonvention der Kategorien die *Kürzungsregel*

$$A/B \cdot B \subseteq A$$

wie man leicht nachrechnen kann. Während in der Kategorialgrammatik auch Kategorien $B\backslash A := \{\, v \in \Sigma^* \mid \forall b \in B\ b \cdot v \in A \,\}$ betrachtet werden, verzichtet man in der Montague-Grammatik auf die Unterscheidung, ob die Ergänzung durch B-Ausdrücke rechts oder links erfolgt.

Definition 9.2 Die *syntaktischen Kategorien* werden durch folgende Grammatik erzeugt:

$$\begin{array}{rcll}
A, B & := & e & \text{(Entitätenbezeichner)} \\
 & \mid & t & \text{(Aussagen)} \\
 & \mid & A/B & \text{(A-Ausdrücke, in denen ein B-Ausdruck fehlt)} \\
 & \mid & A/\!\!/B & \text{(A-Ausdrücke, in denen ein B-Ausdruck fehlt)}
\end{array}$$

Jeder syntaktischen Kategorien wird später ein Typ der Sprache L_{Typ} zugeordnet, wobei A/B und $A/\!/B$ denselben Funktionstyp erhalten. Die Aufspaltung in zwei syntaktische Kategorien dient dazu, Unterschiede im syntaktischen Verhalten, denen kein logischer Unterschied entspricht, wiederzugeben.

Montague verwendet in seiner Grammatik der Arbeit *The Proper Treatment of Quantification in Ordinary English* (PTQ) folgende syntaktische Kategorien für ein Fragment des Englischen:

Kategorie		Informelle Bezeichnung	Basisausdruck
	e	Eigennamen	John, he_n
	t	Satz	–
CN :=	t//e	Gemeinname	man
IV :=	t/e	Verbalphrase	walks
T :=	t/IV	Nominalphrase (3.sg), Term	–
TV :=	IV/T	Transitives Verb	find, love
IAV :=	IV/IV	VP-Adverb	slowly
	t/t	Satzadverb	necessarily
	IAV/T	Präposition	in
	IV/t	Verb mit Satzkomplement	believe
	IV//IV	Verb mit Infinitivkomplement	try
DET :=	T/CN	Determinator	every, a, the

9.3 Übersetzung der extensionalen Teilsprache

Um eine Übersetzung von natürlichsprachlichen Ausdrücken in die Sprache der Typentheorie zu definieren, betrachten wir zuerst nur solche Aussagen, die wir durch eine *extensionale* Interpreation der darin vorkommenden Verben und Bezeichnungen verstehen können, d.h. es soll nur auf die bezeichneten Individuen und die Tupel von Individuen ankommen, die im Umfang der verwendeten Verben und Nomen vorkommen.[8]

9.3.1 Übersetzung der syntaktischen Kategorien

Den syntaktischen Kategorien A werden Typen A' von L_{Typ} zugeordnet; alle Ausdrücke der Kategorie A werden später in λ-Terme vom Typ A' übersetzt.

Definition 9.3 Jeder syntaktischen Kategorie A wird durch

$$\begin{array}{lllllll} e' & := & e & \qquad & (A/B)' & := & (B' \to A') \\ t' & := & t & & (A/\!/B)' & := & (B' \to A'). \end{array}$$

ein Typ A' von L_{Typ} zugeordnet.

[8] Dadurch werden z.B. intensionale Verben wie *believe* ausgeschlossen, bei denen die Wahrheit von Aussagen nicht vom Wahrheitswert des Komplementsatzes abhängt, wie in *Plato believed that ideas exist in reality.*

Ignorieren wir die (intensionalen) Verben mit Satzkomplement, so erhalten wir folgende Typen und entsprechende Objekte:

Kategorie A	Typ A' von L_{Typ}	Objekt vom Typ A'
e	e	Individuum
t	t	Wahrheitswert
CN := t//e	$e \to t$	Individueneigenschaft
IV := t/e	$e \to t$	Individueneigenschaft
T := t/IV	$(e \to t) \to t$	Eigenschaft von Individueneigenschaften
TV := IV/T		
IAV := IV/IV	$(e \to t) \to (e \to t)$	Modifikator von Individueneigenschaften
t/t	$t \to t$	Eigenschaft von Wahrheitswerten
IAV/T		
DET := T/CN	$(e \to t) \to ((e \to t) \to t)$	

9.3.2 Bildung und Übersetzung der Basisausdrücke einer Kategorie

Um Ausdrücke der Kategorie A in λ-Terme des Typs A' zu übersetzen, werden zuerst den Wörtern (d.h. den unzusammengesetzten Ausdrücken) der Kategorie A (evtl. zusammengesetzte) Terme des entsprechenden Typs zugeordnet. In den meisten Fällen sind dies Konstante:

Längst nicht alle syntaktischen Kategorien der PTQ-Grammatik enthalten Basisausdrücke. Wir legen uns auf folgende Basisausdrücke fest:

Definition 9.4 (Basisausdrücke einer Kategorie) Die syntaktischen Kategorien enthalten folgende Basisausdrücke:

(a) *man*, *woman*, *book* sind von der Kategorie CN (Gemeinnamen),

(b) *John*, *Mary*, he_n ($n \in I\!N$), sind von der Kategorie e (Individuennamen)[9]

(c) *walk*, *talk*, sind von der Kategorie IV (intransitive Verben)

(d) *find*, *see*, *read*, sind von der Kategorie TV (transitive Verben),

(e) *slowly*, *rapidly*, *voluntarily* sind von der Kategorie IAV (Adverbien)

Wir schreiben oft $w : A$ oder w^A statt „w hat die Kategorie A“.

[9]Ich weiche hier von Montague ab, bei dem diese Ausdrücke die Kategorie T haben, damit die Übersetzung uniformer wird. Das wird durch eine Syntaxregel kompensiert, mit der Ausdrücke der Kategorie e in solche der Kategorie T umgewandelt werden können (entsprechend der traditionellen Regeln $NP \to EN$ und $NP \to Pron$).

Definition 9.5 (Übersetzung der Basisausdrücke) Jedem Wort w der Kategorien A wird (in injektiver Weise) eine Konstante w' vom Typ A' zugeordnet, außer den Pronomina $he_n : e$, denen die Variablen $x_n : e$ zugeordnet werden, und den Quantoren, die wie folgt übersetzt werden:

$$\begin{array}{rcl}(every : DET)' & := & \lambda P^{e\to t}\lambda Q^{e\to t}[\forall x^e(P(x)\to Q(x))]\\ (a : DET)' & := & \lambda P^{e\to t}\lambda Q^{e\to t}[\exists x^e(P(x)\wedge Q(x))]\\ (the : DET)' & := & \lambda P^{e\to t}\lambda Q^{e\to t}[\exists x^e((\forall y^e(P(y)\leftrightarrow x \doteq y)\wedge Q(x))]\end{array}$$

Die Übersezungen der $\alpha : DET$ haben den richtigen Typ $DET' = (e \to t) \to ((e \to t) \to t)$. Wir erhalten z.B. folgende Übersetzungen:

$$\begin{array}{lcl}(man : CN)' & = & man' : CN' = (e\to t),\\ (walks : IV)' & = & walks' : IV' = (e\to t),\\ (John : e)' & = & John' : e.\\ (he_n : e)' & = & x_n : e.\end{array}$$

(Es ist klar, daß die Übersetzung des bestimmten Artikels nicht besonders gut funktioniert, und daß auch der unbestimmte Artikel genau genommen nicht wie ein Existenzquantor behandelt werden sollte.)

9.3.3 Bildung und Übersetzung zusammengesetzter Ausdrücke

Die Bildung komplexer Ausdrücke geben wir durch numerierte Regeln der folgenden Form an:

$$\text{(S Nr.)}\ \frac{\alpha_1 : A_1,\ \dots,\alpha_k : A_k}{\alpha : A}$$

Diese Regel besagt: ist α_1 ein Ausdruck der Kategorie A_1 usw., so ist der (aus $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ gebildete) Ausdruck α von der Kategorie A.

Die Übersetzung eines zusammengesetzten Ausdrucks wird durch entsprechende Regeln

$$\text{(T Nr.)}\ \frac{\alpha_1' : A_1',\ \dots,\alpha_k' : A_k'}{\alpha' : A'}$$

angegeben, die angeben, wie die Übersetzung der Zusammensetzung aus den Übersetzungen der Teilausdrücke gebildet wird.

Definition 9.6 Die Bildung und Übersetzung zusammengesetzter Ausdrücke erfolgt nach den Regeln aus Tabelle 9.6

Dabei ist die Ersetzung $\varphi[he_n/\alpha]$ in (S 14_n) wie folgt definiert: falls $\alpha \equiv he_k$ ist, werden alle he_n in φ durch he_k (im jeweils gleichen Kasus) ersetzt; andernfalls wird das erste Vorkommen von he_n durch α und die übrigen durch *he* (bzw. *she*, *it*) ersetzt, wobei der Kasus vom jeweiligen Vorkommen von he_n und das Genus vom ersten Basisausdruck der Kategorie CN oder T in α übernommen wird. he^T oder he^e?

$$\text{(S 0)}\ \frac{\alpha : e}{\alpha : T} \qquad \text{(T 0)}\ \frac{\alpha' : e}{\lambda P^{e\to t}.P(\alpha') : (e \to t) \to t}$$

$$\text{(S 2)}\ \frac{\delta : DET, \quad \xi : CN}{\delta\ \xi : T} \qquad \text{(T 2)}\ \frac{\delta' : (CN' \to T'), \quad \xi' : CN'}{\delta'(\xi') : T'}$$

$$\text{(S 4)}\ \frac{\alpha : T, \quad \delta : IV}{\alpha\ \delta^{3.sg}\ : t} \qquad \text{(T 4)}\ \frac{\alpha' : T', \qquad \delta' : IV'}{\alpha'(\delta') : t}$$

$$\text{(S 11a)}\ \frac{\varphi : t, \quad \psi : t}{\varphi \text{ and } \psi : t} \qquad \text{(T 11a)}\ \frac{\varphi' : t, \quad \psi' : t}{(\varphi' \wedge \psi') : t}$$

$$\text{(S 11b)}\ \frac{\varphi : t, \quad \psi : t}{\varphi \text{ or } \psi : t} \qquad \text{(T 11b)}\ \frac{\varphi' : t, \quad \psi' : t}{(\varphi' \vee \psi') : t}$$

$$\text{(S 12a)}\ \frac{\delta : IV, \quad \gamma : IV}{\delta \text{ and } \gamma : IV} \qquad \text{(T 12a)}\ \frac{\delta' : e \to t, \quad \gamma' : e \to t}{\lambda x(\delta'(x) \wedge \gamma'(x)) : e \to t}$$

$$\text{(S 12b)}\ \frac{\delta : IV, \quad \gamma : IV}{\delta \text{ or } \gamma : IV} \qquad \text{(T 12b)}\ \frac{\delta' : e \to t, \quad \gamma' : e \to t}{\lambda x^e(\delta'(x) \vee \gamma'(x)) : e \to t}$$

$$\text{(S 13)}\ \frac{\alpha : T, \quad \beta : T}{\alpha \text{ or } \beta\ : T} \qquad \text{(T 13)}\ \frac{\alpha' : T', \qquad \beta' : T'}{\lambda P^{e\to t}(\alpha'(P) \vee \beta'(P)) : T'}$$

$$\text{(S } 14_n)\ \frac{\alpha : T, \qquad \varphi : t}{\varphi[he_n/\alpha] : t} \qquad \text{(T } 14_n)\ \frac{\alpha' : T', \quad \varphi' : t}{\alpha'(\lambda x_n.\varphi') : t}$$

Tabelle 1: Syntax- und Übersetzungsregeln

Beachte, daß die Regel (S 0) die Basisausdrücke $\alpha : e$ zu „zusammengesetzten“ Ausdrücken $\alpha : T$ macht, so daß *deren* Übersetzung keine Konstante des Typs T' zu sein braucht. In den übrigen Syntaxregeln werden keine Ausdrücke der Kategorie e mehr benutzt.

Da die Übersetzung eines Ausdrucks von seinem syntaktischen Aufbau abhängt, geben wir in den zu übersetzenden Ausdrücken die Teilausdrücke durch Hilfsklammern und ihre Kategorien durch obere Indizes bei der schließenden Klammer an. (Gelegentlich brauchen wir auch die Angabe der Regelnummer.)

Beispiel 9.7 Einfache Terme, d.h. als Terme aufgefaßte Pronomen und Eigennamen, werden wie folgt übersetzt: bei Pronomen $he_n : T$ mit (T 0)

$$\begin{aligned} ((he_n^e)^T)' &= \lambda P^{e\to t}.P((he_n^e)') : (e \to t) \to t \\ &= \lambda P^{e\to t}.P(x_n^e) : (e \to t) \to t. \end{aligned}$$

Analog werden als Terme aufgefaßte Eigennamen wie $John : T$ übersetzt:

$$\begin{aligned} ((John^e)^T)' &= \lambda P^{e\to t}.P((John^e)') : (e \to t) \to t \\ &= \lambda P^{e\to t}.P(John'^{\,e}) : (e \to t) \to t. \end{aligned}$$

In einer Typstruktur $\mathcal{D}$ ist der Wert $[\![\lambda P.P(John')]\!]^{\mathcal{D}} \in D_{(e\to t)\to t}$ dieses Terms kein Individuum, sondern *die charakteristische Funktion der Menge aller Eigenschaften des Individuums* $[\![\mathrm{John}']\!]^{\mathcal{D}} \in D_e$.

Das sieht komplizierter aus als nötig; der Grund, es so zu machen, besteht darin, daß die Übersetzung dann nach demselben Schema verläuft wie bei koordinierten Termen wie *John or Mary* und quantifizierten Termen wie *every man* (s.u.).

Beispiel 9.8 Einfache Aussagen werden wie folgt übersetzt.

$$\begin{aligned} (((John^e)^T\ walk^{IV}s)^t)' &= ((John^e)^T)'((walk^{IV})') : t \quad \text{(mit (T 4))} \\ &= (\lambda P^{e\to t}.P(John'^{\,e}))(walk'^{\,e\to t}) : t \end{aligned}$$

Mit einer β-Reduktion kann der rechte Ausdruck vereinfacht werden zu

$$walk'^{e\to t}(John'^{\,e}) : t,$$

ohne daß sich sein Wert bei einer Belegung g über einer Struktur $\mathcal{D}$ ändert.

Obwohl die Kategorie der Terme nur Nominalphrasen der dritten Person im Singular enthält, enthalten die Ausdrücke der Kategorie IV nicht die Vollformen, sondern die Infinitive (bzw. Stammformen) der darin vorkommenden Verben. Deshalb hat die Morphlogie der Vollform des Verbs keinen Einfluß auf das Übersetzungsergebnis. (Die Syntaxanalyse des gesamten Ausdrucks sollte also eine morphologische Analyse umfassen. Die Morphologie des Numerus und der Person müßte bei der Übersetzung eines größeren Sprachfragments aber stärker berücksichtigt werden.)

Beispiel 9.9 Aussagen mit koordinierten Eigennamen werden mit (T 4) und (T 13) und den obigen Übersetzungen von Termen übersetzt wie bei

$$\begin{aligned}
&(((John^T \ or \ Mary^T)^T \ walk^{IV}s)^t)' \\
&= \lambda P[(John^T)'(P) \vee (Mary^T)'(P)]((walk^{IV})') : t \\
&= \lambda P[\lambda Q[Q(John'^e)](P) \vee \lambda Q[Q(Mary'^e)](P)](walk'^{e\to t}) : t.
\end{aligned}$$

Da es auf die Namen der gebundenen Variablen nicht ankommt, wurden bei der Übersetzung der Eigennamen $John^T$ und $Mary^T$ der Lesbarkeit halber neue Prädikatsvariable Q statt P benutzt.

Durch Anwendungen von β-Reduktionen wird kann dieser Ausdruck weiter vereinfacht werden zu

$$\begin{aligned}
&\lambda P[\lambda Q[Q(John'^e)](P) \vee \lambda Q[Q(Mary'^e)](P)](walk'^{e\to t}) : t \\
&\to_\beta \ \lambda P[P(John') \vee P(Mary')](walk'^{e\to t}) : t \\
&\to_\beta \ [walk^{e\to t}(John'^e) \vee walk^{e\to t}(Mary'^e)] : t,
\end{aligned}$$

wieder ohne daß sich der Wert bei einer Belegung über einer Typstruktur $\mathcal{D}$ ändert. Die entstandene Formel ist die, die man als Ergebnis erwartet haben sollte.

Bemerkung 9.10 Die Übersetzung macht die durch "Abkürzungsmechanismen" der natürlichen Sprache erreichten Verkürzungen der Aussagen rückgängig: im letzten Beispiel wird die abkürzende *oder*-Verbindung von Termen wieder zu einer $\vee$-Verbindung von Formeln.

Beispiel 9.11 Eine Aussage mit quantifizierten Termen wird mit (T 4) und (T 2) übersetzt:

$$\begin{aligned}
&(((every^{DET} \ woman^{CN})^T talk^{IV}s)^t)' \\
&= ((every^{DET} \ woman^{CN})^T)'((talk^{IV})') : t \\
&= (every^{DET})'((woman^{CN})')(talk'^{e\to t}) : t \\
&= (every^{DET})'(woman'^{e\to t})(talk'^{e\to t}) : t \\
&= \lambda P^{e\to t}\lambda Q^{e\to t}[\forall x^e(P(x) \to Q(x))](woman'^{e\to t})(talk'^{e\to t}) : t
\end{aligned}$$

Mit β-Reduktionen kann man das vereinfachen zu der erwarteten Formel:

$$\begin{aligned}
&\lambda P^{e\to t}\lambda Q^{e\to t}[\forall x^e(P(x) \to Q(x))](woman'^{e\to t})(talk'^{e\to t}) : t \\
&\to_\beta \ \lambda Q^{e\to t}[\forall x^e(woman'^{e\to t}(x) \to Q(x))](talk'^{e\to t}) : t \\
&\to_\beta \ \forall x^e(woman'^{e\to t}(x) \to talk'^{e\to t}(x)) : t
\end{aligned}$$