Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematische Grundlagen der Computerlinguistik II

Universität München, CIS, SS 2007

H.Leiß

Abgabetermin: Di, 15.5.2007

Aufgabe 6 *Zeige durch Induktion über den Aufbau aussagenlogischer Aussagen die Behauptung*

Jede aussagenlogische Formel φ enthält eine gerade Anzahl von Klammern.

Das nötige Argument ist ganz einfach (und im Kurs schon genannt worden); es geht nur darum, das Schema eines Induktionsbeweises im konkreten Fall auszufüllen. *(4 Punkte)*

Aufgabe 7 *Sei* $\mathcal{B} = (B, +^B, \cdot^B, \bar{\ }^B, 0^B, 1^B)$ *eine Boole'sche Algebra und* $A \neq \emptyset$ *eine Menge. Sei*

$$F := A \to B = \{\, f \mid F : A \to B \,\}$$

die Menge der (totalen) Funktionen von A *nach* B *und*

$$\mathcal{F} := (F, +^F, \cdot^F, \bar{\ }^F, 0^F, 1^F)$$

eine Algebra mit Operationen $+^F$, $\cdot^F$, $\bar{\ }^F$, *der Addition, Multiplikation, und Komplementbildung von Funktionen und den Funktionen* $0^F, 1^F$, *die so („punktweise") definiert sind, daß für alle* $a \in A$ *gilt:*

$$\begin{array}{rcl}
0^F(a) & := & 0^B, \\
1^F(a) & := & 1^B, \\
(f +^F g)(a) & := & f(a) +^B g(a), \\
(f \cdot^F g)(a) & := & f(a) \cdot^B g(a), \\
\overline{f}^F(a) & := & \overline{f(a)}^B.
\end{array}$$

Behauptung: Dann ist auch $\mathcal{F}$ *eine Boole'sche Algebra.*

Zeige von dieser Behauptung einen Teil, nämlich daß für alle $f, g, h \in F$ *gilt:* *(6 Punkte)*

(a) $f \cdot^F \overline{f}^F = 0^F$,

(b) $f +^F g = g +^F f$,

(c) $f \cdot^F (g +^F h) = (f \cdot^F g) +^F (f \cdot^F h)$.

Bemerkung: Eine Anwendung hiervon ist die Koordination von z.B. intransitiven Verben: betrachtet man deren Bedeutungen als Abbildungen $A \to \mathbb{B}$ von Individuen auf Wahrheitswerte, etwa $[\![\mathit{geht}]\!] = g$, $[\![\mathit{fällt}]\!] = f$, so hat die Koordination der beiden die Bedeutung $[\![\mathit{geht\ und\ fällt}]\!] = g \cdot^F f$, sodaß wir mit $[\![\mathrm{Emil}]\!] := e \in A$ erhalten:

$$[\![\mathit{Emil\ geht\ und\ fällt}]\!] := [\![\mathit{geht\ und\ fällt}]\!]([\![\mathit{Emil}]\!]) = (g \cdot^F f)(e) = g(e) \cdot^{\mathbb{B}} f(e).$$

So führen wir die Bedeutung von und *für Verben, $\cdot^F$, auf die Bedeutung von* und *bei Aussagen, $\cdot^{\mathbb{B}}$, zurück.*