Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematische Grundlagen der Computerlinguistik I

Universität München, CIS, SS 2000

Abgabetermin: Mi, 18.12.02

Aufgabe 1 *(vgl. Lemma 3.54 im Skriptum von Prof.Schulz) Sei $f \subseteq A \times B$ eine (partielle) Funktion und*

$$dom(f) := \{\, a \mid a \in A \wedge \exists b \in B \, \langle a, b\rangle \in f \,\}$$

ihr Definitionsbereich.

(a) *Die Umkehrrelation $f^{-1} := \{\, \langle b, a\rangle \mid \langle a, b\rangle \in f \,\} \subseteq B \times A$ ist genau dann eine Funktion von $f[A]$ nach A, wenn f eine injektive Funktion von $dom(f)$ nach B ist.* *(3 Punkte)*

(b) *(Freiwillig) Ist f bijektiv, so ist $f^{-1} : B \to A$ eine totale bijektive Funktion, und es gilt für alle $a \in A$ und $b \in B$:* *(4 Punkte)*

$$f^{-1}(f(a)) = a \quad \wedge \quad f(f^{-1}(b)) = b.$$

Aufgabe 2 *(vgl. Lemma 3.56 (iv)) Seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ totale Funktionen, und $h(a) := g(f(a))$. Wenn $h : A \to C$ bijektiv ist, ist g surjektiv und f injektiv.* *(4 Punkte)*

Gib ein Beispiel hierfür an, bei dem f nicht surjektiv und g nicht injektiv ist. *(2 Punkte)*

Aufgabe 3 *Sei $f \subseteq A \times B$ eine partielle Funktion von A nach B. Definiere zu $a, a' \in A$*

$$a \sim_f a' \quad :\Longleftrightarrow \quad \exists b \in B \;\; \langle a, b\rangle \in f \wedge \langle a', b\rangle \in f.$$

(a) *Die Relation $\sim_f$ ist eine partielle Äquivalenzrelation, d.h. symmetritsch und transitiv.*

(b) *Ist f eine totale Funktion, so ist $\sim_f$ auch reflexiv, also eine Äquivalenzrelation.*

Beispiel: Sei A die Menge alle Ausdrücke des Deutschen, B die Menge aller „Bedeutungen“, (Wahrheitswerte, Objekte, ...), und $f \subseteq A \times B$ besage, daß b die Bedeutung von a sei, falls es eine gibt. (Z.B. haben „Das hier ist ohne Bedeutung“ und „das größte $n \in I\!N$“ keine Bedeutung.) *(3 Punkte)*

Unklarheiten zur Aufgabenstellung oder Fragen zur Vorlesung können Sie auch mit dem Tutor Frank Eisensehr besprechen. Schicken Sie ihm eine Mail an `the_universal@web.de`. Er hat Mo 10-12 eine Springstunde, wo er Zeit hätte.