Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematische Grundlagen der Computerlinguistik I

Universität München, CIS, SS 2000

Abgabetermin: Mi, 30.10.2002

Aufgabe 1 *Berechne den Wahrheitswert der Aussage* $((A_1 \to (A_2 \to A_1)) \to A_2)$ *bei der Belegung*

$$g(A_i) := \begin{cases} 1, & \textit{falls } i \textit{ einer gerade Zahl ist} \\ 0, & \textit{sonst,} \end{cases}$$

(a) einmal durch Ausfüllen von

A_1	A_2	A_3	$\cdots$	$((A_1 \to (A_2 \to A_1)) \to A_2)$
0	1	0	$\cdots$	

(b) und einmal durch Eintragen der Wahrheitswerte an die Blatt- und Verzweigungsknoten des Baums:

$$\begin{array}{ccccc} & & & \to & \\ & & / & & \backslash \\ & \to & & & A_2 \\ / & & \backslash & & \\ A_1 & & \to & & \\ & / & & \backslash & \\ A_2 & & & & A_1 \end{array}$$

(4 Punkte)

Indem wir die Bedeutung von Aussagen der Form $(\alpha \wedge \beta)$ bei einer Belegung g der Aussagenvariable durch

$$[\![(\alpha \wedge \beta)]\!]g = \begin{cases} 1, & \text{falls } [\![\alpha]\!]g = 1 = [\![\beta]\!]g \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

festgelegt haben, haben wir den Aussage*junktor* „und" (symbolisiert durch $\wedge$) durch eine sogenannte *Wahrheitsfunktion* interpretiert, nämlich durch

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x = 1 \text{ und } y = 1, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Mit ihr wird (bzgl. einer Belegung g) wegen $[\![(\alpha \wedge \beta)]\!]g = f([\![\alpha]\!]g, [\![\beta]\!]g)$ der Wahrheitswert von $(\alpha \wedge \beta)$ aus den Wahrheitswerten von α und β berechnet. So etwas kann man nicht für alle Junktoren machen:

Aufgabe 2 *Zeige, daß die Aussagejunktoren "weil" und "obwohl" nicht angemessen durch eine Wahrheitsfunktion interpretiert werden können.*

Hinweis: Dazu suche man Beispielaussagen (in natürlicher Sprache) $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ *und eine Belegung* g*, bei der* $[\![\alpha_1]\!]g = [\![\alpha_2]\!]g$ *und* $[\![\beta_1]\!]g = [\![\beta_2]\!]g$ *ist, aber (intuitiv)* $[\![(\alpha_1 \text{ weil } \beta_1)]\!]g \neq [\![(\alpha_2 \text{ weil } \beta_2)]\!]g$*. Entsprechend für „obwohl“.* *(4 Punkte)*

Aufgabe 3 *Welche der folgenden Paare von Aussagen sind logisch äquivalent?*

(a) $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma)$ *und* $(\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$

(b) $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma)$ *und* $(\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma))$

(c) $((\alpha \leftrightarrow \beta) \leftrightarrow \gamma)$ *und* $(\alpha \leftrightarrow (\beta \leftrightarrow \gamma))$

(6 Punkte)