Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematische Grundlagen der Computerlinguistik II

Universität München, CIS, SS 2000

Abgabetermin: Di, 11.7.2000

Aufgabe 11 *Benutze Relationszeichen* M, G, W, E, F, K, V *und Funktionszeichen* h, m *mit den folgenden intendierten Bedeutungen:*

M(x,y) := x mag y	*W(x,p) := x wundert sich darüber, daß p*
G(x,y) := x grüßt y	*E(x,y) := x entschuldigt y (für eine Handlung)*
h := Herr Huber	*F(x,y,p) := x fragt y danach, ob p*
m := Herr Maier	*K(x) := x ist Kollege (von jemandem)*
	V(x) := x ist Vorgesetzter (von jemandem)

Betrachte eine Variante der Prädikatenlogik, bei der man zwei Sorten von Variablen hat: $x, y, z, \ldots$ *für Personen, und* $p, q, r, \ldots$ *für Propositionen (= Bedeutungen von Aussagen). Der Formelaufbau wird ergänzt um die Bedingungen*

- *Jede Variable* p *für Propositionen ist eine Formel.*
- *Sind* s, t *Terme und ist* φ *eine Formel, so sind* $W(s, \varphi)$ *und* $F(s, t, \varphi)$ *Formeln.*

(a) Übersetze folgende Aussagen in Aussagen der erweiterten Prädikatenlogik: *(3 Punkte)*

(i) Die Leute, die sich nicht mögen, mögen auch keine anderen.

(ii) Die Leute, die sich nicht grüßen, mögen sich nicht.

(b) Übersetze (ohne Beachtung des Tempus) alle Lesarten(!) folgender Aussagen in Formeln(!) der erweiterten Prädikatenlogik: *(5 Punkte)*

(i) Er wunderte sich, daß niemand sich entschuldigt hatte.

(ii) Er wunderte sich, daß niemand ihn entschuldigt hatte.

(iii) Jeder Kollege fragt sich, ob kein Vorgesetzter sich wundert, daß niemand ihn entschuldigt hatte.

(iv) Herr Huber fragt sich, ob Herr Maier sich wundert, daß niemand ihn entschuldigt hatte.

Aufgabe 12 *Gib (kleine endliche) Strukturen* $\mathcal{M} = (M, P^{\mathcal{M}}, \ldots)$ *und* $\mathcal{N} = (N, P^{\mathcal{N}}, \ldots)$ *sowie zwei Formeln* $\varphi(x), \psi(x)$ *an, so daß die Aussgabe*

$$\forall x(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\forall x \varphi \vee \forall x \psi)$$

in $\mathcal{M}$ *gilt, aber in* $\mathcal{N}$ *nicht gilt.* *(4 Punkte)*

Aufgabe 13 *(Freiwillig, zum Nachholen von Punkten) Man formuliere das Ersetzungsaxiom der Mengenlehre (vgl. Merkblätter),*

> *Ersetzt man die Elemente* z *einer Menge* x *durch andere, ihnen durch eine Funktion* f *zugeordnete Mengen* $f(z)$*, so erhält man wieder eine Menge.*

in eine prädikatenlogische Formel, indem man in

$$\forall x\ \forall f(\text{“}f \textit{ ist eine Funktion”} \rightarrow \ \text{“}\{f(z) \mid z \in x\} \textit{ ist eine Menge”}). \tag{1}$$

die Teilaussagen "... " durch Formeln ausdrücke. Dazu braucht man:

(a) *Eine (totale)* Funktion *ist eine Menge* f *von geordneten Paaren* $\langle x, y\rangle$*, so daß es zu jedem* x *genau ein* y $\langle x, y\rangle \in f$ *gibt. Mit* $f(z)$ *ist die Menge* y *mit* $\langle z, y\rangle \in f$ *gemeint.*

(b) *Das* geordnete Paar $\langle x, y\rangle$*, in dem* x *vor* y *kommt, ist die Menge* $\{\{x\}, \{x, y\}\}$.

Man gebe Formeln $\varphi_{fun}(f) =$ „f ist eine Funktion“ *und* $\varphi_{Paar}(x, y, u) =$ “$u = \langle x, y\rangle$“ *an und formuliere damit (1) aus.* *(10 Punkte)*