Übungsaufgaben
Automaten und Formale Sprachen

Universität München, CIS, WS 2003/2004

Abgabe: Do 18.12.03

Aufgabe 5.1 Zeige daß das das *Spiegelbild* $L^{\smile}$ einer regulären Sprache L auch eine reguläre Sprache ist, d.h.

$$L^{\smile} := \{\, \breve{w} \mid w \in L \,\} \qquad \text{mit } \breve{\epsilon} := \epsilon, \quad \breve{a} := a \text{ für } a \in \Sigma, \quad (va)^{\smile} := a\breve{v}.$$

(Was benutzt man am besten: Induktion über die Konstruktion von L, regulären Ausdruck für L, endlichen nicht-deterministischen Automaten für L, endlichen deterministischen Automaten?) (2 Punkte)

Aufgabe 5.2

(a) Zeige, daß die Sprache $L = \{a^{2n}b^n \mid n \in I\!N\}$ nicht regulär ist. (4 Punkte)

(b) Zeige, daß zwar die Sprache

$$L_1 = \{a, b\}^* \cdot \{a^n b^n \mid n \in I\!N\} \cdot \{a, b\}^*,$$

nicht aber

$$L_2 = \{c, d\}^* \cdot \{a^n b^n \mid n \in I\!N\} \cdot \{c, d\}^*$$

regulär ist. (4 Punkte)

Aufgabe 5.3 Das folgende Gleichungssystem entspricht einem endlichen Automaten mit ϵ-Übergängen:

$$\begin{aligned}
x_0 &= ax_1 + x_1 + cx_2 && (1)\\
x_1 &= x_0 + ax_2 + x_3 && (2)\\
x_2 &= bx_3 + ax_4 && (3)\\
x_3 &= ax_4 + x_4 + ax_5 + bx_6 && (4)\\
x_4 &= x_0 + bx_0 && (5)\\
x_5 &= bx_4 + 1 && (6)\\
x_6 &= cx_1 + ax_5 && (7)
\end{aligned}$$

(a) Stelle den entsprechenden ϵ-Automaten graphisch dar. (2 Punkte)

(b) Ziehe (wie in der Übungsstunde erklärt) den ϵ-Kreis mit den Zuständen 0 und 1 zu einem Punkt zusammen und stelle das Ergebnis graphisch dar. (1 Punkt)

(c) Beseitige den verbliebenen ϵ-Kreis analog und stelle das Ergebnis graphisch dar. (2 Punkte)

(d) Welche Umformung des Gleichungssystems von Automaten entspricht der Beseitigung einer nicht auf einem ϵ-Kreis liegenden ϵ-Kante? (1 Punkt)

(e) Welche Umformung des Gleichungssystems von Automaten entspricht der Beseitigung eines ϵ-Kreises, und warum wird dabei die kleinste Lösung (in den verbleibenden Variablen) nicht verändert? (3 Punkte)

Aufgabe 5.4

(a) Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine reguläre, und $B \subseteq \Sigma^*$ eine beliebige Sprache. Zeige, daß dann auch

$$L/B := \{w \in \Sigma^* \mid \text{ für alle } v \in B \text{ ist } wv \in L\}$$

eine reguläre Sprache ist. (Benutze einen endlichen Automaten für L.) (5 Punkte)

(b) Zeige, daß L/B die größte Sprache $M \subseteq \Sigma^*$ ist, für die $M \cdot B \subseteq L$ gilt. (3 Punkte)

(c) Nach Teil (b) ist stets $(L/B) \cdot B \subseteq L$. Gib ein Beispiel mit $(L/B) \cdot B \neq L$ an. (1 Punkt)